

## **Wymagania do egzaminu dyplomowego** dla studentów studiów **II stopnia**

zatwierdzone przez Radę Instytutu Matematyki dnia 12.09.2019

(obowiązuje w r.ak. 2019/20, czyli dla cyklu studiów rozpoczętego w r.ak. 2018/2019)

Na egzaminie dyplomowym student powinien wykazać się znajomością i dobrym rozumieniem podstawowych pojęć matematycznych. Ponadto powinien dobrze operować językiem matematycznym, umieć przedstawić syntetycznie kluczowe problemy matematyki wyższej, a także widzieć związki matematyki wyższej z matematyką elementarną.

Student wybiera z listy zagadnień przedstawionej poniżej 15 zagadnień, w tym co najmniej 10 zagadnień z części "I. Pojęcia i wiadomości podstawowe". Zestaw 15 zagadnień z podpisem studenta zostaje złożony razem z pracą dyplomową (magisterską). Wybrane przez studenta zagadnienia będą stanowić zakres materiału do jego egzaminu dyplomowego.

### **I. Pojęcia i wiadomości podstawowe**

1. Pojęcia teorii aksjomatycznej.
2. Aksjomatyczny system teorii mnogości i równoważne formy pewnika wyboru.
3. Liczby kardynalne i porządkowe.
4. Arytmetyka liczb kardynalnych.
5. Relacje równoważnościowe i porządkowe. Definiowanie pojęć matematycznych za pomocą relacji równoważnościowych. Uporządkowanie podstawowych zbiorów liczbowych.
6. Konstrukcje podstawowych struktur liczbowych (liczby naturalne, całkowite, wymierne, rzeczywiste i zespolone).
7. Geometria krzywych. Krzywe regularne, długość krzywej.
8. Geometria powierzchni. Płaszczyzna styczna, wektor normalny.
9. Definicje i modele podstawowych struktur algebraicznych, struktury ilorazowe.
10. Homomorfizmy struktur algebraicznych. Podstawowe własności oraz przykłady w poszczególnych strukturach.
11. Krzywe i powierzchnie stopnia 2.
12. Pojęcie przestrzeni probabilistycznej. Prawdopodobieństwo i jego podstawowe własności. Prawdopodobieństwo geometryczne, warunkowe, całkowite. Niezależność zdarzeń.
13. Zmienne losowe jedno- i dwuwymiarowe i generowane przez nie przestrzenie probabilistyczne na prostej i na płaszczyźnie. Niezależność zmiennych losowych. Dystrybuanta. Wartość oczekiwana i wariancja.
14. Funkcje charakterystyczne i ich własności. Funkcje charakterystyczne a momenty zmiennej losowej.
15. Różne rodzaje zbieżności ciągów zmiennych losowych. Prawo wielkich liczb Bernoulliego. Centralne twierdzenia graniczne - zastosowania.
16. Pochodna funkcji zespolonej. Zespolone szeregi potęgowe. Pojęcie funkcji analitycznej oraz holomorficznej oraz związki zachodzące między nimi.
17. Miara i jej podstawowe własności. Miara Lebesgue'a, miara Jordana.

18. Miara Lebesgue'a i jej własności.
19. Całka Lebesgue'a, jej własności i związek z całką Riemanna.
20. Odwzorowania ciągle przestrzeni topologicznych, homeomorfizmy, izometrie.
21. Przestrzenie unormowane jako przykład łączenia struktury topologicznej i liniowej.
22. Podstawowe przykłady przestrzeni unormowanych ciągłych i funkcyjnych.
23. Związki między normą a iloczynem skalarnym.
24. Operatory i funkcjonały liniowe ciągłe, podstawowe własności i przykłady. Przestrzeń operatorów liniowych i ciągłych
25. Całki funkcji zespolonych. Twierdzenie całkowe Cauchy'ego, wzór całkowy Cauchy'ego, ich konsekwencje oraz przykłady zastosowania.
26. Różne rodzaje przestrzeni topologicznych (aksjomaty oddzielania, zwartość, zupełność, spójność, ośrodkowość).
27. Twierdzenia o liczbach pierwszych. Rozmieszczenie liczb pierwszych.
28. Grupy rozwiązalne.
29. Elementy algebraiczne i elementy przestępne nad ciałem; rozszerzenia algebraiczne, rozszerzenia skończone, rozszerzenie o element algebraiczny.
30. Ciała algebraicznie domknięte. Twierdzenia Liouville'a i zasadnicze twierdzenie algebry.
31. Parametryzacja naturalna krzywej w  $R^3$ . Trójścian Freneta; krzywizna, torsja. Przykłady.
32. Fundamentalne twierdzenie teorii krzywych (Dla dowolnych dwóch funkcji rzeczywistych gładkich ... określonych na przedziale ... istnieje krzywa ... krzywizna ... skręcenie ...).
33. Funkcja charakterystyczna zmiennej losowej. Momenty zmiennej losowej.
34. Podstawowe rozkłady prawdopodobieństwa i przykłady przestrzeni probabilistycznych o tych rozkładach (rozkład Bernoulliego, Poissona, normalny, Cauchy'ego itd.).
35. Twierdzenia o istnieniu i jednoznaczności rozwiązań równań różniczkowych.
36. Przykłady metod rozwiązywania pewnych typów równań różniczkowych pierwszego i drugiego rzędu.

## II. Dydaktyka matematyki

1. Dydaktyczne problemy związane z definiowaniem i korzystaniem z definicji, formułowaniem twierdzeń, ich stosowaniem i dowodzeniem.
2. Poziomy i kryteria rozumienia pojęć. Typy rozumowań w nauczaniu matematyki (wnioskowanie empiryczne, intuicyjne i formalne, indukcja, dedukcja, redukcja, rozumowanie nie wprost).
3. Rodzaje zadań matematycznych w różnych koncepcjach nauczania, główne etapy wg. Polyi i przykłady wskazówek heurystycznych w procesie rozwiązywania zadań.
4. Cele nauczania matematyki, rola pojęciowego i algorytmicznego ujęcia matematyki w różnych koncepcjach nauczania.
5. Wykorzystanie technologii informacyjnej w nauczaniu matematyki, przykłady edukacyjnych programów komputerowych.
6. Reprezentacje enaktywne, ikoniczne i symboliczne i ich rola w procesie kształtowania pojęć matematycznych.
7. Specyfika języka szkolnej matematyki, charakterystyczne błędy popełniane przez uczniów i sposoby ich wykorzystywania w procesie kształtowania pojęć.
8. Lokalna dedukcja na lekcjach matematyki.
9. Czynnościowe nauczanie matematyki.
10. Elementy logiki w nauczaniu matematyki.
11. Metodyka nauki o liczbie i działaniach.

12. Metodyka nauki o funkcjach numerycznych i ich wykresach.
13. Metodyka nauki o przekształceniach geometrycznych.
14. Równania i nierówności w matematyce elementarnej.

### **III. Informatyka** (obowiązuje dla specjalności matematyka z informatyką):

1. Przegląd podstawowych algorytmów - algorytmy sortowania, algorytmy grafowe i tekstowe.
2. Struktury danych i ich implementacje (na przykładzie kolekcji języka Java).
3. Pojęcie klasy i obiektu, hermetyzacja danych.
4. Dziedziczenie i polimorfizm. Mechanizmy przesłaniania i przeciążania metod.
5. Mechanizmy zarządzania pamięcią operacyjną. Procesy i wątki w systemach operacyjnych.
6. Dokumenty HTML i arkusze stylów. Systemy CMS - budowa i cechy funkcjonalne.
7. Języki skryptowe działające po stronie serwera i po stronie klienta - przykłady zadań realizowanych w danej technologii.
8. Pojęcie aplikacji internetowej i technologie tworzenia aplikacji internetowych. Wzorzec projektowy Model-Widok-Kontroler.
9. Porównanie bazodanowych systemów relacyjnych i nierelacyjnych.
10. Pojęcie relacyjnej bazy danych, klucza głównego i obcego, rodzaje połączeń relacyjnych, integralność.
11. Typy kwerend w bazach danych, zastosowanie języka SQL.
12. Porównanie grafiki rastrowej i wektorowej. Metody animacji grafiki.
13. Warstwowe modele struktury sieciowych protokołów komunikacyjnych (architektura ISO/OSI, TCP/IP).
14. Routing statyczny i dynamiczny – zasada działania, zalety i wady.