Uniwersytet Pedagogiczny w Krakowie
Seminarium, 23 marca 2011

O sumach funkcji Rademachera w przestrzeniach funkcyjnych

Lech Maligranda
Department of Engineering Sciences and Mathematics
Luleå University of Technology, SE-971 87 Luleå, SWEDEN
e-mails: *lech@sm.luth.se, lech.maligranda@ltu.se*
Website: *http://www.ltu.se/inst/mat/staff/lech*

Ciąg funkcji Rademachera (układ Rademachera) lub ciąg Bernoulliego symetrycznych zmiennych losowych o tych samych rozkładach przyjmujący wartości ± 1 jest klasycznym objektem w teorii szeregów ortogonalnych, teorii prawdopodobieństwa, geometrii przestrzeni Banacha, teorii operatorów, analizie harmonicznej i statystyce matematycznej

Funkcje Rademachera są zdefiniowane na $[0,1]$ wzorem $r_n(t) = \operatorname{sgn}[\sin(2^n \pi t)]$ dla $n = 1, 2, \ldots$. Ciąg funkcji Rademachera jest układem ortonormalnym w $L_2[0,1]$, ale nie jest bazą. Ponadto, $\{r_n\}$ są niezależnymi zmiennymi losowymi na $[0,1]$.

W 1923 roku została udowodniona tzw. *nierówność Khintchine'a* (nierówności Chinczyna) [Math. Z. 18(1923), 109–116; MR1544623]: dla każdego $0 < p < \infty$ istnieją stałe $A_p, B_p > 0$ takie, że

$$A_p\Big(\sum_{k=1}^n |a_k|^2\Big)^{1/2} \le \Big(\int_0^1 \Big|\sum_{k=1}^n a_k r_k(t)\Big|^p\, dt\Big)^{1/p} \le B_p\Big(\sum_{k=1}^n |a_k|^2\Big)^{1/2} \tag{1}$$

dla dowolnych skalarów $\{a_k\}_{k=1}^n$ i dowolnego $n = 1, 2, \ldots$.

W tym odczycie powiem trochę o tych nierównościach i możliwych ich uogólnieniach w wielu kierunkach, np. na niezależne zmienne losowe lub na bardziej ogólne przestrzenie niż $L_p[0,1]$, włączając w nie przestrzenie symetryczne na $[0,1]$ (czasami nazywane „rearrangement invariant spaces"), nie-symetryczne przestrzenie Cesàro $Ces_p[0,1]$ i, jeśli będzie czas, przestrzenie BMO oraz diadyczne BMO.

References

1. S. V. Astashkin, *Rademacher functions in symmetric spaces*, Journal of Math. Sci. **169**(2010), no. 6, 725–886.
2. S. V. Astashkin, M. Leibov and L. Maligranda, *Rademacher functions in BMO*, submitted to Acta Math. (Feb. 2011, 18 pages).
3. S. V. Astashkin and L. Maligranda, *Rademacher functions in Cesàro type spaces*, Studia Math. **198**(2010), no. 3, 235–247.
4. L. Maligranda, *Józef Marcinkiewicz (1910-1940)–on the centenary of his birth*, Banach Center Publ., to appear (90 pages).
5. A. Zygmund, *Trigonometric Series, Vol. I*, Cambridge Univ. Press, Cambridge 1959.